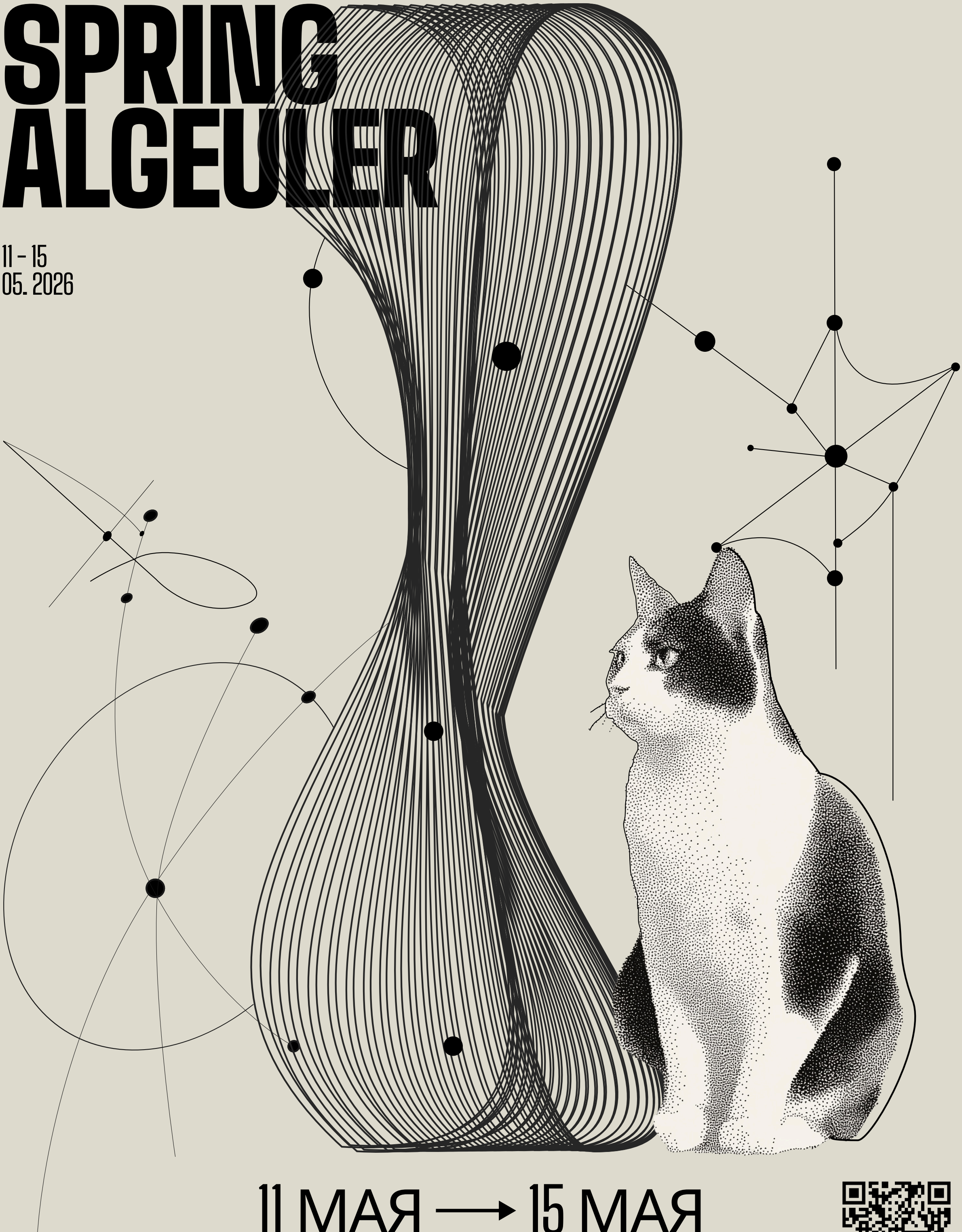
МОЛОДЕЖНАЯ ШКОЛА – КОНФЕРЕНЦИЯ ИНСТИТУТА ЭЙЛЕРА И ЛАБОРАТОРИИ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ И ПРИЛОЖЕНИЙ НИУ ВШЭ

SPRING ALGEULER

11 – 15
05. 2026



11 МАЯ ⟶ 15 МАЯ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

Предисловие

Настоящая брошюра представляет из себя сборник тезисов весенней школы-конференции Института Эйлера и Лаборатории Алгебраической геометрии и приложений НИУ ВШЭ по Алгебре и Алгебраической геометрии. В ней приведены анонсы мини-курсов и аннотации устных и постерных докладов.

Организаторы школы:

- Александра Константиновна Сонина (МИАН, НИУ ВШЭ)
- Матвей Ильич Магин (СПбГУ)
- Леонид Юрьевич Данилевич (СПбГУ)
- Сергей Иванович Архипов (СПбГУ)
- Дмитрий Борисович Каледин (НИУ ВШЭ, МИАН)
- Владислав Павлович Покидкин (НИУ ВШЭ)
- Ольга Викторовна Постнова (ПОМИ)
- Дарья Каиржановна Досполова (СПбГУ)

Мероприятие проводится при финансовой поддержке Минобрнауки России, грант на создание и развитие МЦМУ«Санкт-Петербургский международный математический институт имени Леонарда Эйлера» соглашения № 075–15–2025–343, № 075–15–2025–344.

Сайт конференции:

https://algeuler.tilda.ws/spring_school_2026

СОДЕРЖАНИЕ

Расписание

Понедельник, 11 мая

10:00–11:15	**Иван Аржанцев** *Линейная двойственность Гейла и торическая геометрия*	
11:15–11:45	*перерыв (кофе-брейк)*	
11:45–13:00	**Антон Фонарев** *Теорема Бриона о положительности*	
13:00–14:30	*обед*	
14:30–15:45	**Константин Логинов** *Бирациональные инварианты алгебраических многообразий*	
15:45–16:10	*перерыв (кофе-брейк)*	
16:10–17:00	**Ирина Шатова** *Теория Брилля–Нётера на K3-поверхностях*	**Анна Оверчук** *Тождества универсальной алгебры с категорной точки зрения*
17:00–17:15	*перерыв*	
17:15–18:05	**Сергей Гуминов** *Твёрдые категорные окрестности бесконечности*	**Вероника Киктева** *Гибкость орисферических многообразий*

Вторник, 12 мая

10:00–11:15	**Денис Осипов** *Дзета-функции арифметических схем и алгебраических многообразий*	
11:15–11:45	*перерыв (кофе-брейк)*	
11:45–13:00	**Александра Кузнецова** *Нодальные поверхности*	
13:00–14:30	*обед*	
14:30–15:45	**Константин Логинов** *Бирациональные инварианты алгебраических многообразий*	
15:45–16:10	*перерыв (кофе-брейк)*	
16:10–17:00	**Александр Зайцев** *Жордановость групп бирациональных автоморфизмов*	**Андрей Жижин** *Контрпримеры в теории многогранников Ньютона...*
17:00–17:15	*перерыв*	
17:15–18:05	**Ринат Досаев** *Производная категория и торический морфизм Фробениуса*	**Денис Терешкин** *Производная Морита-теория для алгебр эндоморфизмов...*

Среда, 13 мая

10:00–11:15	**Иван Аржанцев** *Линейная двойственность Гейла и торическая геометрия*	
11:15–11:45	*перерыв (кофе-брейк)*	
11:45–13:00	**Антон Фонарев** *Теорема Бриона о положительности*	
13:00–14:30	*обед*	
14:30–15:00	**Егор Пащенко** *Полилогарифмический комплекс*	**Максим Ретинский** *A_∞-структуры в некоммутативной теории Ходжа*
15:00–15:10	*перерыв*	
15:10–15:40	**Ксения Квитко** *Эквивариантная бирациональная жесткость...*	**Михаил Харитонов** *p-адические периоды*
15:40–16:10	*перерыв (кофе-брейк)*	
16:10–16:40	**Марк Черебедов** *Полуортогональные разложения несобственных многообразий*	**Даниил Кузаков** *Об одной skew-моноидальной структуре на dg категориях*
16:40–16:50	*перерыв*	
16:50–17:20	**Никита Вирин** *Автоморфизмы поверхностей дель Пеццо...*	**Михаил Венчаков** *Регулярные и субрегулярные орбиты...*
17:20–17:30	*перерыв*	
17:30–18:00	**Никита Андрусов** *Крепантные разрешения некоторых торических факторособенностей*	**Li Zeyu** *Radiant toric varieties*
18:00–19:00	*постерная сессия*	

Четверг, 14 мая

10:00–11:15	**Денис Осипов** *Дзета-функции арифметических схем и алгебраических многообразий*	
11:15–11:45	*перерыв (кофе-брейк)*	
11:45–13:00	**Александра Кузнецова** *Нодальные поверхности*	
13:00–14:30	*обед*	
14:30–15:45	**Иван Аржанцев** *Линейная двойственность Гейла и торическая геометрия*	
15:45–16:10	*перерыв (кофе-брейк)*	
16:10–17:00	**Алексей Львов** *Насыщение квази-абелевых категорий в применении к алгебраической геометрии*	**Алексей Злобин** *Детерминантные многообразия...*
17:00–17:15	*перерыв*	
17:15–18:05	**Дмитрий Пирожков** *Линейные расслоения и инфинитезимальные расширения*	**Михаил Игнатьев** *Касательные конусы к многообразиям Шуберта*

Пятница, 15 мая

10:00–11:15	**Александра Кузнецова** *Нодальные поверхности*	
11:15–11:45	*перерыв (кофе-брейк)*	
11:45–13:00	**Антон Фонарев** *Теорема Бриона о положительности*	
13:00–14:30	*обед*	
14:30–15:45	**Константин Логинов** *Бирациональные инварианты алгебраических многообразий*	
15:45–16:00	*перерыв*	
16:00–16:30	**Лев Татаренко** *Гипотеза Гротендика-Каца*	**Леонид Титов** *О количестве орбит коприсоединённого действия...*
16:30–16:40	*перерыв*	
16:40–17:10	**Матвей Магин** *Разбивающие полугруппы вещественных кривых*	**Владислав Покидкин** *Комбинаторика для дискриминантов*

Лекторы

Аржанцев И. В.	ФКН НИУ ВШЭ, Москва
Кузнецова А. А.	МФТИ ВШМ, НИУ ВШЭ, МИАН, Москва
Логинов К. В.	МФТИ ВШМ, НИУ ВШЭ, МИАН, Москва
Фонарев А. В.	МИАН, Москва
Осипов Д. В.	МИАН, Москва, НИУ ВШЭ, Москва

Докладчики

Алиев Р. К.	МГУ, Москва
Андрусов Н. А.	МФТИ, Москва
Басалаев А.	НИУ ВШЭ, Москва
Бадулин Д. А.	МГУ, Москва
Бондарь С. М.	НИУ ВШЭ, Москва
Венчаков М. С.	НИУ ВШЭ, Москва
Вирин Н. А.	МИАН, Москва
Гуминов С. В.	НИУ ВШЭ, Москва; МФТИ, Москва
Досаев Р. Р.	НИУ ВШЭ, Москва; МИАН, Москва
Жижин А. А.	НИУ ВШЭ, Москва
Журин И. Д.	НИУ ВШЭ, Москва
Зайцев А. В.	НИУ ВШЭ, Москва
Злобин А. В.	МГУ, Москва
Игнатьев М. В.	НИУ ВШЭ, Москва
Киктева В. В.	ФКН НИУ ВШЭ, Москва
Красильников А. В.	НИУ ВШЭ, Москва
Крюгер А. В.	НИУ ВШЭ, Москва; МИАН, Москва
Квитко К. В.	НИУ ВШЭ, Москва
Кузаков Д.	СПбГУ, Санкт-Петербург
Львов А. К	СПбГУ, Санкт-Петербург
Магин М. И	СПбГУ, Санкт-Петербург
Оверчук А. Д.	НИУ ВШЭ, Москва
Пащенко Е. Д.	НИУ ВШЭ, Москва
Пирожков Д. В.	МЦМУ МИАН, Москва

Покидкин В. П.	НИУ ВШЭ, Москва
Ретинский М. Р.	НИУ ВШЭ, Москва
Савкина Д. М.	МФТИ, Москва
Сонина А. К.	МИАН, Москва; НИУ ВШЭ, Москва
Татаренко Л. А.	МГУ, Москва
Терешкин Д.	НМУ, Москва
Титов Л. С.	НИУ ВШЭ, Москва
Федоров Т.	НИУ ВШЭ, Москва
Харитонов М. А.	НИУ ВШЭ, Москва
Черебедов М. В.	НИУ ВШЭ, Москва
Шатова И. О.	НИУ ВШЭ, Москва
Шойхет Б. Б.	ПОМИ РАН, Санкт-Петербург
Яковлев И. Д.	МГУ, Москва
Dutta S.	HSE, Moscow
Li Z.	НИУ ВШЭ, Москва

Мини-курсы

Линейная двойственность Гейла и торическая геометрия

И. В. Аржанцев [1]

[1] *ФКН НИУ ВШЭ, Москва*

Мы начнем с элементарной конструкции из линейной алгебры, которая называется линейной двойственностью Гейла и сопоставляет одному конечному набору векторов другой конечный набор, а также докажем ряд свойств этой конструкции. Затем напомним основные определения и факты о торических многообразиях и покажем, что линейная двойственность Гейла приводит к альтернативному способу задания торических многообразий в терминах дивизоров. Этот способ удобен для описания группы автоморфизмов торического многообразия и связанных с ней комбинаторных объектов, называемых корнями Демазюра. В качестве приложений мы докажем теорему о гибкости невырожденных аффинных торических многообразий и обсудим задачи классификации однородных торических многообразий и полных торических многообразий с большой орбитой группы автоморфизмов

И. В. Аржанцев, ВШЭ

Нодальные поверхности

А. А. Кузнецова [1,2,3]

[1] *МФТИ ВШМ, Долгопрудный*
[2] *НИУ ВШЭ, Москва*
[3] *МИАН, Москва*

Сколько обыкновенных двойных точек (нодов) может иметь поверхность заданной степени в $\mathbb{P}^3$? Эта задача о «наиболее особых» многообразиях восходит еще к работам геометров XIX века. На миникурсе мы обсудим верхнюю оценку на число нодов, вытекающую из неравенства Богомолова-Мияоки-Яу, и увидим, что даже для малых степеней она не совпадает с точной. Мы рассмотрим знаменитых «рекордсменов» — кубику Кэли, квартику Куммера, поверхности Тольятти и Барта — и докажем, что они в самом деле обладают максимальным числом особенностей в своих степенях. Кроме того, мы обсудим связь этой задачи с бирациональной геометрией: рассмотрим двойные накрытия, разветвленные в нодальных поверхностях, и покажем, как они позволяют строить примеры нерациональных многообразий Фано.

А. А. Кузнецова, МФТИ, ВШЭ, МИАН

Бирациональные инварианты алгебраических многообразий

К. В. Логинов [1,2,3]

[1] *МФТИ ВШМ, Долгопрудный*
[2] *НИУ ВШЭ, Москва*
[3] *МИАН, Москва*

Я постараюсь дать обзор инвариантов, построенных в работах Никеза-Шиндера-Концевича-Чинкеля-Лина для того, чтобы различать не (стабильно) бирационально эквивалентные алгебраические многообразия. В частности, мы сосредоточимся на различных вариантах групп Бернсайда, опишем их свойства и приложения к изучению групп бирациональных автоморфизмов многообразий. Если останется время, обсудим связь этих инвариантов с теорией атомов в смысле работы Елагина-Шиндера-Шнайдер.

К. В. Логинов, МФТИ, ВШЭ, МИАН

Теорема Бриона о положительности

А. В. Фонарев [1]

[1] *МИАН, Москва*

Мы обсудим достаточно давнюю и совершенно конкретную теорему, принадлежащую Бриону, о положительности структурных констант в K-теории пространств флагов (соответствующую гипотезу сформулировал Бух). На примере этой теоремы, которая отвечает на очень просто сформулированный вопрос, мы увидим, как используется достаточно серьезная машинерия современной (или уже классической) алгебраической геометрии.

А. В. Фонарев, МИАН

Дзета-функции арифметических схем и алгебраических многообразий

Д. В. Осипов [1,2]

[1] *МИАН, Москва*
НИУ ВШЭ, Москва

Обычная дзета-функция Римана, рассмотренная как эйлеровское произведение по простым числам, допускает обобщение на конечно порожденные коммутативные кольца над кольцом целых чисел, и более общо — на схемы конечного типа над кольцом целых чисел, то есть, на арифметические схемы. Дзета-функция арифметической схемы связана с производящими рядами для количества точек над конечными полями редукции этой схемы по простым числам. Я приведу примеры и расскажу про первые свойства дзета-функций арифметических схем. Также сформулирую различные широко известные гипотезы. В случае, когда арифметическая схема — это алгебраическая кривая над конечным полем, гипотеза Римана для дзета функции этой кривой эквивалентна оценке Хассе-Вейля для количества точек на кривой над расширениями основного поля. Я расскажу про эту эквивалентность и докажу оценку Хассе-Вейля, используя геометрию квадрата исходной кривой.

Д. В. Осипов, МИАН, ВШЭ

Аннотации устных докладов

Крепантные разрешения некоторых торических факторособенностей

Н. А. Андрусов [1]

[1] *МФТИ, Москва*

Для группы A порядка p, состоящей из диагональных 3×3 матриц над $\mathbb{C}$, многообразие $\mathbb{C}^3/A$ будет особым торическим многообразием с веером, имеющим единственный максимальный конус. В работе [1] описан способ крепантно разрешить эту особенность с помощью A-схемы Гильберта. Торическая геометрия позволяет переформулировать задачу разрешения особенностей на комбинаторный язык. В своём докладе я расскажу об этой переформулировке и о предлагаемой мной другой конструкции получения крепантного разрешения таких особенностей. Преимущество новой конструкции в том, что она описывается простыми комбинаторныии терминами. Примечательно, что она приводит к, вообще говоря, другому разрешению особенностей.

Список литературы

[1] A.Craw An explicit construction of the McKay correspondence for A-Hilb $\left(\mathbb{C}^3\right)$ *Journal of Algebra*, 285(2):682–705, March 2005.

Н. А. Андрусов, МФТИ **e-mail:** andrusov.n@gmail.com

Теория Саито через алгебры Баталина-Вилковиского

А. Басалаев [1]

[1] *НИУ ВШЭ, Москва*

Теория Саито сопоставляет изолированной особенности богатую алгебраическую структуру. В настояшее время существует несколько языков для ее описания – языки многообразий Дубровина–Фробениуса, полубесконечных вариаций структур Ходжа, гомологической алгебры. Такое разнообразие в выборе языка было продиктовано нуждами зеркальной симметрии. В моем докладе будет рассказано, об еще одном языке, предложенном А.Хорошкиным, С.Маркаряном и С.Шадриным. Данный язык будет использовать алгебраические конструкции - алгебры Баталини–Вилковиского (это dg–алгебра, снабженная некоторой дополнительной структурой), однако, "выдавать" естественным образом корреляторы когомологической теории поля рода ноль.

А. Басалаев, ВШЭ

Регулярные и субрегулярные орбиты для для унипотентных групп типа C_n, B_n, D_n

М. С. Венчаков [1]

[1] *НИУ ВШЭ, Москва*

Пусть U – силовская p-подгруппа в классической группе над конечным полем из q элементов достаточно большой характеристики p. Согласно методу орбит Кириллова, ключевую роль в описании неприводимых комплексных характеров группы U играют коприсоединённые орбиты группы U.

В случае, когда группа U имеет тип A_{n-1}, орбиты максимально возможной размерности были классифицированы в первой работе Кириллова по методу орбит [Ki62]. Все они ассоциированы с ортогональными расстановками ладей. Для A_{n-1} орбиты предмаксимальной размерности были классифицированы А.Н. Пановым [IP09]. Такие орбиты также соответствуют ортогональным расстановкам ладей (с точностью до добавления простых корневых ковекторов к их каноническим формам). Классификация орбит максимальной размерности в типе C_n следует из работы К. Андре и А. Нето [AN06].

В докладе я планирую представить классификацию орбит предмаксимальной размерности для симплектических групп и орбит максимальной размерности для ортогональных групп. В качестве следствия можно вычислить число всех упомянутых выше орбит. Оказывается, что каждое из этих чисел является многочленом от $q-1$ с целыми неотрицательными коэффициентами, что подтверждает гипотезу Айзекса в данном частном случае.

Работа поддержана грантом РНФ 25–21–00219,
`https://rscf.ru/en/project/25-21-00219/`.

Список литературы

[AN06] C.A.M. Andre, A.M. Neto. Super-characters of finite unipotent groups of types B_n, C_n and D_n. J. Algebra **305** (2006) 394–429.

[IP09] M.V. Ignatev, A.N. Panov. Coadjoint orbits of the group $\mathrm{UT}(7, K)$. J. Math. Sci. **156** (2009), no. 2, 292–312.

[Ki62] A.A. Kirillov. Unitary representations of nilpotent Lie groups. Russian Math. Surveys **17** (1962), 53–104.

М. С. Венчаков, НИУ ВШЭ
e-mail: `mihail.venchakov@gmail.com`

Автоморфизмы поверхностей дель Пеццо с дювалевскими особенностями

Н. А. Вирин [1]

[1] *МИАН, Москва*

Сначала мы напомним основные определения и факты, касающиеся поверхностей дель Пеццо и дювалевских особенностей. Затем мы обсудим, как можно описать группы связных компонент групп автоморфизмов таких поверхностей, используя двойственные графы минимальных разрешений особенностей, при условии, что группа автоморфизмов бесконечна. Также мы рассмотрим возможность разложения группы автоморфизмов в полупрямое произведение связной компоненты группы автоморфизмов и группы связных компонент.

Н. А. Вирин, МИАН
e-mail: virinnikita@gmail.com

Твёрдые категорные окрестности бесконечности

С.В.Гуминов [1,2]

[1] *НИУ ВШЭ, Москва*
[2] *МФТИ, Москва*

В работе [1] А. Ефимов определяет для гладкой dg-категории $\mathcal{B}$ над полем k понятие проколотой окрестности бесконечности. С помощью конструкции категории Калкина им определяется категория совершенных комплексов на проколотой формальной окрестности бесконечности $\mathrm{Perf}_{top}(\hat{\mathcal{B}}_\infty)$ с функтором ограничения $\mathcal{B} \to \mathrm{Perf}_{top}(\hat{\mathcal{B}}_\infty)$, её полная подкатегория $\mathrm{Perf}_{alg}(\hat{\mathcal{B}}_\infty)$ алгебраизируемых объектов, которая по определению является триангулированной подкатегорией, порождённой образом $\mathcal{B}$.

Кристофер Брав и Yingdi Qin строят большую версию категории $\mathrm{Perf}_{alg}(\hat{\mathcal{B}}_\infty)$. Если с помощью замены базы с категории Vect_k на категорию (ультра)твёрдых модулей Solid_k получить из $\mathcal{B}$ категорию $\mathcal{B}_\bullet$, то удаётся определить проколотую окрестность бесконечности $\mathcal{B}_\bullet$ как локализацию самой категории $\mathcal{B}_\bullet$, и таким образом получить конденсированную (то есть "топологическую") версию $\mathrm{Perf}_{alg}(\hat{\mathcal{B}}_\infty)$. Я постараюсь рассказать об этой конструкции и её потенциальных преимуществах, а также привести некоторые примеры вычислений окрестностей бесконечности категорий, знакомых нам из топологии и алгебраической геометрии.

Список литературы

[1] Alexander I. Efimov Categorical formal punctured neighborhood of infinity, I. arxiv:1711.00756 (2017)

С.В. Гуминов, ВШЭ, МФТИ
e-mail: sergey.guminov@gmail.com

Производная категория и торический морфизм Фробениуса

Р. Р. Досаев [1,2]

[1] *НИУ ВШЭ, Москва*
[2] *МИАН, Москва*

На торическом многообразии X для каждого натурального $\ell \in \mathbb{N}$ имеется торический морфизм Фробениуса $\mathsf{F}_\ell \colon X \to X$, который при ограничении на тор $\mathbb{G}_{\mathrm{m}}^d \cong \mathsf{T} \subseteq X$ возводит все координаты в степень ℓ. В докладе пойдет речь о действиии прямого образа Фробениуса $(\mathsf{F}_\ell)_* \colon \mathbf{D}^{\mathrm{b}}(X) \to \mathbf{D}^{\mathrm{b}}(X)$ на производной категории когерентных пучков на X.

Для объекта $\mathcal{F} \in \mathbf{D}^{\mathrm{b}}(X)$ обозначим через $\mathcal{A}_\ell(\mathcal{F})$ триангулированную подкатегорию в $\mathbf{D}^{\mathrm{b}}(X)$, порожденную прямым образом Фробениуса $(\mathsf{F}_\ell)_*\mathcal{F}$. Мы интересуемся "асимптотическими"свойствами подкатегорий $\mathcal{A}_\ell(\mathcal{F})$, то есть параметр $\ell \in \mathbb{N}$ предполагается достаточно большим и делимым.

Естественно задаться вопросом: когда $\mathcal{A}_\ell(\mathcal{F}) = \mathbf{D}^{\mathrm{b}}(X)$? То есть, другими словами, когда прямой образ Фробениуса $(\mathsf{F}_\ell)_*\mathcal{F}$ порождает всю производную категорию? В работе [1], Эндрю Хэнлон, Джефф Хикс и Олег Лазарев заметили, что если $\mathcal{F}$ — это линейное расслоение и $\mathcal{A}_\ell(\mathcal{F}) = \mathbf{D}^{\mathrm{b}}(X)$, то $\mathcal{F}$ должно быть неациклично на специальных торических подмногообразиях в X — *линейно вложенных подмногообразиях*. Они предложили гипотезу, утверждающую обратное: $\mathcal{A}_\ell(\mathcal{F}) = \mathbf{D}^{\mathrm{b}}(X)$ тогда и только тогда, когда $\mathcal{F} \in \mathrm{Pic}(X)$ неациклично на всех линейно вложенных подмногообразиях в X. Таким образом, гипотеза устанавливает интересную связь между категорными свойствами прямого образа Фробениуса и геометрией многообразия.

В докладе я расскажу о доказательстве этой гипотезы для произвольных эквивариантных объектов $\mathcal{F} \in \mathbf{D}^{\mathrm{b}}(X)$, которое основано на торической версии теоремы о слабой факторизации.

Список литературы

[1] A. Hanlon, J. Hicks, O. Lazarev *“Resolutions of toric subvarieties by line bundles and applications*". Forum of Mathematics, Pi 12, e24 (2024).

Р. Р. Досаев, ВШЭ, МИАН
e-mail: rrdosaev@gmail.com

Контрпримеры в теории многогранников Ньютона в положительной характеристике

А. А. Жижин [1]

[1] *НИУ ВШЭ, Москва*

Пусть $f_1, \dots, f_m$ — многочлены Лорана от n переменных с зафиксированным мономами и достаточно общими коэффициентами. В случае $\operatorname{char} k = 0$, $n = m$. Теорема Кушниренко-Бернштейна [1] считает количество решений квадратной системы $f_1 = \dots = f_n = 0$, при чем оказывается что все решения имеют кратность 1. Если же $m < n$ (и характеристика все еще 0), то А.Г. Хованский ([2]) показал, что из системы $f_1 = \dots = f_m = 0$ $(*)$ можно выделить квадратную подсистему $f_{i_1} = \dots f_{i_r} = 0$ $(**)$, такую что дополнительная подсистема задает неприводимое подмногообразие в каждой компоненте решения $(**)$. Таким образом, подсчет количества неприводимых компонент $(*)$ сводится к подсчету количества решений $(**)$, что делается теоремой Кушниренко-Бернштейна.

В случае $\operatorname{char} k = p > 0$, $n = m$, та же формула считает количество решений $f_1 = \dots = f_n = 0$ с кратностями, но кратности уже могут быть больше 1. Если $n < m$, то из $f_1 = \dots = f_m = 0$, то все еще можно выделить квадратную подсистему, такую что дополнительная подсистема задает неприводимое подмногообразие в каждой компоненте решения квадратной, но из-за того что в положительной характеристике теорема Кушниренко-Бернштейна слабее, формула Хованского уже не дает количество неприводимых компоненит (ни в геометрическом смысле, ни в смысле подсчета с кратностями).

В докладе будут кратко изложена идея доказательства теоремы Хованского в нулевой характеристике, после чего будут представлены примеры, демонстрирующие ее неверность в положительной характеристике, а также необходимость (и нетривиальность) уточнения теоремы Кушниренко-Бернштейна в положительной характеристике. После этого, если останется время, будет разобрано несколько случаев, в которых можно предъявить общую формулу количества неприводимых компонент в положительной характеристике.

Список литературы

[1] Д.Н. Берштейн Число корней системы уравнений *Функц. анализ и его прил.*, 9:3 (1975), 1-4.

[2] А.Г. Хованский Многогранники Ньютона и неприводимые компоненты полных пересечений *Изв. РАН. Сер. матем.*, 80:1 (2016), 281–304

А. А. Жижин, ВШЭ
e-mail: aazhizhin@edu.hse.ru

Жордановость групп бирациональных автоморфизмов

А. В. Зайцев

НИУ ВШЭ, Москва

Группа называется жордановой (удовлетворяет свойству Жордана), если в любой ее конечной подгруппе можно найти нормальную абелеву подгруппу, индекс которой ограничен наперед заданной константой. Минимальная такая константа называется константой Жордана.

Над алгебраически замкнутыми полями характеристики ноль жордановость группы Кремоны плоскости была доказана Ж.-П. Серром. Позднее Ю. Г. Прохоров и К. А. Шрамов получили более общие результаты о жордановости групп бирациональных автоморфизмов, в частности, групп бирациональных автоморфизмов рационально связных многообразий над полями характеристики ноль. В положительной характеристике ситуация существенно меняется: над алгебраически замкнутым полем свойство Жордана не выполняется уже для группы PGL_2. Тем не менее, над конечными полями возникают дополнительные арифметические ограничения, и Прохоров–Шрамов показали, что группа Кремоны плоскости над конечным полем все же является жордановой.

В докладе мы обсудим, насколько можно обобщить последний результат. А именно, мы покажем, что группа бирациональных автоморфизмов любой геометрически неприводимой алгебраической поверхности над конечным полем является жордановой. Также мы обсудим, почему аналогичное утверждение перестает быть верным в старших размерностях: при $n > 2$ группа $\mathrm{Bir}(\mathbb{P}^n_{\mathbb{F}_q})$ уже не является жордановой. Если останется время, я скажу пару слов об ограниченности конечных подгрупп в группах бирациональных перестановок алгебраических многообразий над конечными полями.

А. В. Зайцев, НИУ ВШЭ
e-mail: alvlzaitsev@yandex.ru

Детерминантные многообразия, расслоения Ульриха и гипотеза из теории сложности

А. В. Злобин[1]

[1] *МГУ, Москва*

Какие гиперповерхности $f(x_0, \ldots, x_n) = 0$ в $\mathbb{P}^{d+1}$ могут быть представлены в детерминантном виде, т.е. $\det M = f$ или $\det M = f^r$ для некоторой матрицы M с, соответственно, аффинными или линейными формами от $x_0, \ldots, x_n$? Оказывается, для гладкой гиперповерхности X представление в виде $\det M = f^r$ эквивалентно существованию на поверхности расслоения E ранга r, которое можно охарактеризовать, например, когомологически: $\mathrm{H}^\bullet(X, E(-p)) = 0,\ p = 1, \ldots, d$. О них и пойдёт речь – мы разберём некоторые конкретные примеры, поговорим о связи гипотезы об экспоненциальном росте минимального размера матрицы, представляющей гиперповерхность (детерминантной сложности), и гипотезы Валианта из алгебраической теории сложности ($\mathrm{VP} \neq \mathrm{VNP}$). Такие расслоения - расслоения Ульриха - появляются во всё более разных местах, например, в ходе изложения мы столкнёмся с их связью с обобщёнными алгебрами Клиффорда.

А. В. Злобин, МГУ
e-mail: aleksei.zlobin@math.msu.ru
e-mail’: personal@alexvim.online

Касательные конусы к многообразиям Шуберта

М. В. Игнатьев [1]

[1] *НИУ ВШЭ, Москва*

Пусть G — простая комплексная алгебраическая группа. Мы изучаем подмногообразия Шуберта в многообразии флагов группы G относительно борелевской подгруппы B. Для классических групп мы доказали, что касательные конусы в нейтральной точке к многообразиям Шуберта, соответствующим различным инволюциям в группе Вейля, не совпадают. Основным техническим инструментом, который мы использовали, являются так называемые многочлены Костанта–Кумара (определённые комбинаторные объекты, связанные с группами Вейля), а также вложения группы Вейля в группу Вейля большего ранга

Оказалось, что эти инструменты могут помочь в решении аналогичной задачи для аффинных групп Каца–Муди. Я расскажу о недавних результате в этом направлении, полученных мной совместно с С. Бондарем, а также о некоторых открытых вопросах.

Работа поддержана грантом РНФ 25–11–00302,
`https://rscf.ru/en/project/25-11-00302/`.

Список литературы

[1] M.A. Bochkarev, M.V. Ignatyev, A.A. Shevchenko. Tangent cones to Schubert varieties in types A_n, B_n and C_n. J. Algebra **465** (2016), 259–286.

[2] D. Eliseev, A. Panov. Tangent cones to Schubert varieties for A_n of lower rank. J. Math. Sci. **188** (2013), no. 5, 596–600.

[3] D. Eliseev, M. Ignatyev. Kostant–Kumar polynomials and tangent cones to Schubert varieties for involutions in A_n, F_4 and G_2. J. Math. Sci. **199** (2014), no. 3, 289–301.

[4] M. Ignatyev, A. Shevchenko. On tangent cones to Schubert varieties in type D_n. St. Petersburg Math. J. **27** (2016), no. 4, 609–623.

[5] M. Ignatyev, A. Shevchenko. On tangent cones to Schubert varieties in type E. Comm. in Math. **28** (2020), no. 2, 179–197.

[6] S. Kumar. The nil-Hecke ring and singularities of Schubert varieties. Invent. Math. **123** (1996), 471–506.

М. В. Игнатьев, ВШЭ,
e-mail: `mihail.ignatev@gmail.com`

Гибкость орисферических многообразий

В. В. Киктева [1]

[1] *ФКН НИУ ВШЭ, Москва*

Далее $\mathbb{K}$ — алгебраически замкнутое поле нулевой характеристики, через $\mathbb{G}_a$ обозначена его аддитивная группа. Алгебраическое многообразие X называется *гибким*, если касательное пространство в каждой его регулярной точке порождено касательными векторами к орбитам регулярных действий группы $\mathbb{G}_a$.

Неприводимое многообразие называется *орисферическим*, если оно допускает такое действие связной линейной алгебраической группы G, что стабилизатор точки общего положения содержит максимальную унипотентную подгруппу G. Мы говорим, что орисферическое многообразие имеет *сложность* 0, если действие группы G на X имеет открытую орбиту O. Отметим, что в данном определении мы не требуем нормальности X. Более подробную информацию об орисферических многообразиях можно найти в работе [2].

В данном докладе мы обсудим критерий гибкости не обязательно нормальных аффинных орисферических многообразий с действием произвольной группы сложности 0, обобщающий результаты работ [1, 3, 5]. Доклад основан на совместной с С. А. Гайфуллиным работе [4].

Доклад подготовлен в ходе проведения исследования в рамках проекта “Международное академическое сотрудничество” НИУ ВШЭ.

Список литературы

[1] И. А. Болдырев, С. А. Гайфуллин. Автоморфизмы ненормальных торических многообразий. *Матем. заметки*, 110:6 (2021), 837–855.

[2] Э. Б. Винберг, В. Л. Попов. Об одном классе квазиоднородных аффинных многообразий. *Изв. АН СССР. Сер. матем.*, 36:4 (1972), 749–764.

[3] А. А. Шафаревич. Гибкость S-многообразий полупростых групп. *Матем. сб.*, 208:2 (2017), 121–148.

[4] S. A. Gaifullin, V. V. Kikteva. Flexibility criterion for affine horospherical varieties. *arXiv:2511.18219*.

[5] S. A. Gaifullin, A. A. Shafarevich. Flexibility of normal affine horospherical varieties. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 147:8 (2019), 3317-3330.

В. В. Киктева, ФКН НИУ ВШЭ
e-mail: VVKikteva@yandex.ru

Эквивариантная бирациональная жесткость многообразий дель Пеццо

К. В. Квитко [1]

[1] *НИУ ВШЭ, Москва*

Мы поговорим о геометрии трехмерных многообразий Фано индекса 2, известных как многообразия дель Пеццо. Бирациональная (сверх)жесткость многообразия означает отсутствие на нем нетривиальных структур расслоения Мори и, следовательно, его нерациональность. Существует также эквивариантный аналог этого понятия — когда все отображения коммутируют с действием подгруппы в группе автоморфизмов. Я расскажу о результатах в этой области на примере двулистного накрытия проективного пространства с ветвлением вдоль поверхности Куммера.

К. В. Квитко, ВШЭ
e-mail: ksenia.kvitko@yahoo.com

Об одной skew-моноидальной структуре на dg категориях

Д. Кузаков [1], *Б. Б. Шойхет* [2]

[1] *СПбГУ, Санкт-Петербург*
[2] *ПОМИ РАН, Санкт-Петербург*

В докладе я постараюсь рассказать об обобщении конструкции Тамаркина [1], задающей структуру слабой 2-категории (в смысле [4]) на малых дифференциально градуированных (дг) категориях, в которой, в отличии от [1], локальные 1-категории имеют форму $\mathcal{A}_\infty(C, D) \simeq \mathcal{R}\mathrm{Hom}(C, D)$, то есть имеют гомотопическую инвариантность относительно квазиэквивалентностей. При этом 2-операда, обобщающая 2-операду Тамаркина, строится из обобщения так называемого скрученного произведения дг категорий, введенного ранее Шойхетом [2]. Известно, что само произведение Шойхета приводит в точности к операде Тамаркина. В докладе я расскажу про новое, ещё более скрученное произведение дг категорий, которое задаёт skew-моноидальную структуру на дг категориях (в смысле [3]), и поэтому приводит к стягиваемой дг 2-операде, действующей на 2-глобулярном множестве дг категорий.

Список литературы

[1] D. Tamarkin. What do dg categories form? *Compos. Math.*, 143(5), (2007), 1335-1358.

[2] B. Shoikhet, The twisted tensor product of dg categories and a contractible 2-operad. *https://arxiv.org/abs/1807.04305*.

[3] R. Street, Skew-closed categories. *Journal of Pure and Advanced Algebra*, 217(2013), 973-988.

[4] M.A. Batanin, Monoidal globular categories as a natural environment for the theory of weak n-categories. *Adv. Math.*, 136(1) (1998), 39-103.

Д. Кузаков, СПбГУ
e-mail: kuzakov.danil@gmail.com

Насыщение квази-абелевых категорий в применении к алгебраической геометрии.

А.К. Львов [1]

[1] *СПбГУ, Санкт-Петербург*

Если на алгебраическом многообразии стянуть инфинитезимальную окрестность подмногообразия, то функтор прямого образа на категориях когерентных пучков будет строго полным на подкатегории пучков свободных от кручения. То есть категория свободных от кручения пучков естественным образом увеличивается.

Вдохновлённые этим замечанием, мы вводим понятие насыщенной квази-абелевой категории, определяем конструкцию насыщения для некоторых квази-абелевых категорий и обсуждаем её универсальное свойство. После чего применяем нашу конструкцию к категориям, возникающим в алгебраической геометрии.

А. К. Львов, СПбГУ

Разбивающие полугруппы вещественных кривых

М. И. Магин [1]

[1] *ММИ Эйлера, СПбГУ, Санкт-Петербург*

Пусть X — вещественная алгебраическая кривая, т.е. комплексная алгебраическая кривая с антиголоморфной инволюцией. Морфизм $f\colon X \to \mathbb{P}^1$ называется *разбивающим*, если прообраз каждой вещественной точки состоит только из вещественных точек. Существование такого морфизма равносильно тому, что кривая X — разбивающая, т.е. $X \setminus \mathbb{R}X$ несвязно.

Ограничение разбивающего морфизма f на $\mathbb{R}X$ является накрытием над $\mathbb{RP}^1$. Пусть $X_1, \ldots, X_r$ — компоненты $\mathbb{R}X$, а $d_i(f)$ — степень ограничения f на X_i. В недавней работе [1] М. Куммер и К. Шоу определили *разбивающую полугруппу кривой* X как множество всех наборов $d(f) = (d_1(f), \ldots, d_r(f))$, где f — разбивающий морфизм $X \to \mathbb{P}^1$.

Я расскажу о недавних результатах, связанных со свойствами конечности разбивающих полугрупп [2]. Одним из основных результатов является следующая теорема.

Теорема. Для любого целого неотрицательного числа g множество разбивающих полугрупп вещественных кривых рода g конечно.

Её доказательство опирается на два независимых сюжета, связанных со структурным описанием разбивающей полугруппы (и вопросами о её конечнопорожденности), а также удалением точек разбивающих дивизоров.

Работа выполнена в Санкт-Петербургском международном математическом институте имени Леонарда Эйлера при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (соглашение № 075–15–2025–343 от 29.04.2025).

Список литературы

[1] Mario Kummer and Kristin Shaw. The separating semigroup of a real curve. *Annales de la Faculté des sciences de Toulouse : Mathématiques*, 29(1):79–96, July 2020. arXiv:1707.08227 [math]. URL: http://arxiv.org/abs/1707.08227, doi:10.5802/afst.1624.

[2] Matthew Magin. On finiteness properties of separating semigroup of real curve, 2026. URL: https://arxiv.org/abs/2511.18545, arXiv:2511.18545.

М. И. Магин, СПбГУ
e-mail: matheusz.magin@gmail.com

Полуортогональные разложения некомпактных многообразий

М. В. Черебедов [1]

[1] *НИУ ВШЭ, Москва*

В 2018 году Каватани и Окава ([1]) доказали теорему о жёсткости. А именно, что любое полуортогональное разложение производной категории когерентных пучков на гладком проективном многообразие инвариантно относительно действия любой связной группы. Я расскажу, какие есть способы обобщать эту теорему на случай несобственных многообразий. В частности, мой доклад будет посвящён обобщению теоремы Каватани - Окавы на случай гладкого многообразия $\mathrm{Tot}_X(\mathcal{L})$, где $\mathcal{L}$ — это линейное расслоение, а X — это гладкое проективное многообразие с числом Пикара 1.

Список литературы

[1] K. Kawatani, S. Okawa. Nonexistence of semiorthogonal decompositions and sections of the canonical bundle. *arXiv:1508.00682*, Sep 2018.

М. В. Черебедов, ВШЭ
e-mail: mvcherebedov@edu.hse.ru

Теория Брилля–Нётера на К3-поверхностях

И.О. Шатова[1]

[1] *НИУ ВШЭ, Москва*

Гладкая кривая рода g называется общей по Бриллю–Нётеру, если для любого линейногорасслоения A на нейвыполнено

$$g \geq h^0(A)h^1(A).$$

Поляризованная К3-поверхность (X, H), где H – кривая рода $g \geq 2$, называется *общей по Бриллю–Нётеру*, если для любого разложения $H = D_1 + D_2$, где D_i ненулевые эффекти вные дивизоры, выполнено

$$g \geq h^0(D_1)h^0(D_2).$$

Нетрудно показать, что если на К3-поверхности (X, H) в поляризующей линейной системе $|H|$ есть общая по Бриллю–Нётеру кривая,то К3-поверхность (X, H) общая по Бриллю–Нётеру. Оказывается, верно в некотором смысле обратное утверждение: если К3-поверхность (X, H) общая по Бриллю–Нётеру, то любая гладкая кривая в линейной системе $|H|$ общая по Бриллю–Нётеру. Я более подробно напомню основные определения, расскажу про доказательства утверждений выше и, может быть, успею немного сказать о приложениях этих результатов в теории проективных моделей К3-поверхностей и трёхмерных многообразий Фано.

И. О. Шатова, НИУ ВШЭ

Гипотеза Гротендика-Каца

Л. А. Татаренко [1]

[1] *МГУ, Москва*

Гипотеза Гротендика-Каца может быть сформулирована несколькими разными способами. В простейшем виде она звучит так:

Гипотеза. Пусть $L \in \mathbb{Q}[x][\partial]$ и для почти всех простых p уравнение $L_p y = 0$ имеет полный набор решений. Тогда пространство решений L имеет базис, состоящий из алгебраических функций.

Мы обсудим связь этой гипотезы с арифметической геометрией и теорией Ли, а также известные частные случаи.

Список литературы

[1] N. Katz. Algebraic solutions of differential equations (p-curvature and the Hodge filtration). *Inventiones mathematicae*, 18 (1972), 1–118.

[2] N. Katz. A conjecture in the arithmetic theory of differential equations. *Bulletin de la Société Mathématique de France*, Volume 110 (1982), pp. 203-239.

[3] B. Farb, M. Kisin. Rigidity, Locally Symmetric Varieties, and the Grothendieck-Katz Conjecture. *International Mathematics Research Notices*, 22 (2009).

[4] T. Honda. Algebraic differential equations. *Symposia Mathematica* 24 (1981), pp. 169– 204.

[5] B. Dworak Differential Operators with Nilpotent p-Curvature. *American Journal of Mathematics*, Vol. 112, No. 5 (Oct., 1990), pp. 749-786.

Л. А. Татаренко, МГУ
e-mail: lev.tatarenko@math.msu.ru

Производная Морита-теория алгебр для эндоморфизмов модулей над $k[t]$

Д. Терешкин

В своём докладе я расскажу о гомологических свойствах алгебр $\mathrm{End}(M)$ для конечномерных $k[t]$-модулей M, и построю явные примеры того, что для них понятия стабильной эквивалентности, производной эквивалентности и эквивалентности категории особенностей независимы друг от друга, кроме очевидных импликаций.

Возможно, получится рассказать и о некоторых обобщениях на случай бесконечно порождённых модулей, основанном на этих обобщениях понятии категории старшего веса с бесконечной фильтрацией, и в каком смысле все алгебры эндоморфизмов модулей над DVR производно близки к квазинаследственным (work in progress).

Д. Н. Терешкин
e-mail: denis.thn@gmail.com

О количестве орбит коприсоединённого действия для конечных унипотентных групп типа Гейзенберга

Л. С. Титов [1]

[1] *НИУ ВШЭ, Москва*

Пусть U — алгебраическая подгруппа группы верхнетреугольных матриц размера $n \times n$ с единицами на диагонали над конечным полем из q элементов достаточно большой характеристики, а $\mathfrak{n}$ — алгебра Ли группы U. Основным инструментом в теории представлений группы U является метод орбит, который классифицирует неприводимые представления группы U в терминах коприсоединённых орбит на двойственном пространстве $\mathfrak{n}^*$. Мы рассматриваем два типа обобщений группы Гейзенберга, а именно: обобщённые группы Гейзенберга, задаваемые произвольной билинейной формой, и некоторые подгруппы в максимальных унипотентных подгруппах классических ортогональных алгебраических групп. Мы предлагаем способ вычисления количества неприводимых представлений таких групп. Оказалось, что это число является многочленом от $q-1$ с неотрицательными целыми коэффициентами, что согласуется с гипотезой Айзекса.

Доклад основан на совместной работе с М.В. Игнатьевым.

Теорема. Двуслойная подгруппа Гейзенберга в унипотентном радикале борелевской подгруппы классической ортогональной группы над конечным полем достаточно большой характеристики удовлетворяет гипотезе Айзекса.

Список литературы

[1] M. Ignatev, L. Titov. On the number of irreducible representations for finite unipotent Heisenberg-type group, arXiv: `math.RT/2604.01358`.

[2] I.M. Isaacs. Counting characters of upper triangular groups. J. Algebra **315** (2007), 698–719.

[3] C. Nien. Characters of 2-layered Heisenberg groups. Linear and Multilinear Algebra, `doi: 10.1080/03081087.2020.1849005` (2020).

[4] I. Pak, A. Soffer. On Higman's $k(U_n(q))$ conjecture, arXiv: `math.CO/1507.00411`.

Л. С. Титов, НИУ ВШЭ
e-mail: lstitov@edu.hse.ru

Тождества универсальной алгебры с категорной точки зрения

А. Д. Оверчук

Универсальная алгебра, как раздел математики, начинается с работ Гаррета Биркгофа, заметившего схожесть в основных конструкциях теории групп, колец и решеток.

Определение. Универсальная алгебра - это пара $\mathcal{A} = \langle A, F \rangle$ состоящая из множества (носителя) A и сигнатуры $F = \{f_1 : A^{n_1} \to A, .., f_i : A^{n_i} \to A, ..\}$.

На элементы сигнатуры можно накладывать тождества. Так, универсальная алгебра $S = \langle M, \cdot \rangle$ с тождеством

$$(s1)\ \ x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$$

задает полугруппу. Большинство известных нам алгебраических структур это частный случай универсальной алгебры. Для них было обобщено множество теорем, например, три теоремы о гомеоморфизме и доказано множество структурных свойств.

Определение. Многообразие - это совокупность универсальных алгебр с фиксированной сигнатурой, замкнутая относительно подобъектов, факторобъектов и произведений.

Теорема (Биркгоф, 1935)**.** Каждое многообразие задается системой тождеств.

Например, многообразие коммутативных полугрупп задается тождеством

$$x \cdot y = y \cdot x$$

В 60х годах Уильям Ловер охарактеризовал категории эквивалентные алгебрам.

Теорема (Ловер, 1963)**.** Категория эквивалентна многообразию алгебр $\leftrightarrow$ у нее есть

1. Коядерная пара и их коэквалайзеры
2. Эффективный, абстрактно конечный, сильный генератор с костепенями.

В своем докладе я планирую рассказать о том, как определить понятие тождества в духе теоремы Ловера, следуя работам Б. Банашевского, Х. Херрлиха, И. Адамека, и при чем здесь теоретическая информатика.

Полилогарифмический комплекс

Е. Д. Пащенко [1]

[1] *НИУ ВШЭ, Москва*

Пусть F произвольное поле. Можно определить высшие групы Блоха, которые учитывают полилогарифмические соотношения. Например, для логарифма это соотношение вида

$$\{xy\} = \{x\} + \{y\}$$

Определение. (Высшие группы Блоха) Определим группы $\mathcal{B}_n$ как следующую фактор группу

$$\mathcal{B}_n := \mathbb{Z}[\mathbb{P}^1(F)]/\mathcal{R}_n(F)$$

А.Гончаров с помощью них определил полилогарифмический комплекс в статье [1].

Определение. (Полилогарифмический комплекс). Определим комплекс $\Gamma(F, n)$ как

$$\Gamma(F, n) : \mathcal{B}_n \xrightarrow{\delta_n} \mathcal{B}_{n-1} \otimes F^* \xrightarrow{\delta_n} \dots \xrightarrow{\delta_n} \mathcal{B}_2 \otimes \Lambda^{n-2} F^* \xrightarrow{\delta_n} \Lambda^n F^*$$

Также в этой статье [1], высказана гипотеза, что эти комплексы вычисляют мотивные когомологии поля F.
В данном докладе мы обсудим основные конструкции для полилогарифмических комплексов и связь с алгебраической K-теорией . Также будет рассмотрена связь комплексов $\Gamma(K(t), 4)$ и $\Gamma(K, 3)$ и построим цепную гомотопию .

Список литературы

[1] A. B. Goncharov. Geometry of configurations, polylogarithms and motivic cohomology. *Advances in Mathematics*, 114(2):197–318, 1995.

Е. Д. Пащенко, ВШЭ
e-mail: edpashchenko@edu.hse.ru

Линейные расслоения и инфинитезимальные расширения

Д. В. Пирожков [1]

[1] *МЦМУ МИАН, Москва*

Пусть $Z \subset X$ — замкнутое подмногообразие в алгебраическом многообразии. Линейное расслоение на Z, конечно, не всегда может быть продолжено до линейного расслоения на всём X или даже на открытую окрестность Z внутри X. Классический способ анализировать, когда такое продолжение существует — сначала с помощью теории деформаций понять, продолжается ли линейное расслоение на инфинитезимальные окрестности Z. Я расскажу несколько теорем, связанных с этим вопросом. Например, я объясню, почему для гладкого собственного Z любое линейное расслоение из связной компоненты группы Пикара, содержащей тривиальное расслоение, продолжается на все инфинитезимальные утолщения.

Д. В. Пирожков, МЦМУ МИАН
e-mail: dpirozhkov@mi-ras.ru

Комбинаторика для дискриминантов

В. П. Покидкин [1]

[1] *НИУ ВШЭ, Москва*

Доклад посвящён комбинаторике [1], полученной для описания дискриминантов общих полиномиальных систем. Применение этой комбинаторики [2] позволяет перечислить компоненты дискриминантов n уравнений от n переменных, что обобщает классические результаты Гельфанда, Капранова и Зелевинского о дискриминантах общих полиномов многих переменных [3].

Разработанная комбинаторика нацелена на конфигурации векторных подпространств и естественным образом обобщается до их комбинаторной абстракции - полиматроидов, представляющих суть доклада.

Мы обсудим связь между полиматроидами и их индуцированными матроидами для базисов, сёктов, циклов и рангов. Мы определим стягивание полиматроидов, соответствующее стягиванию индуцированных матроидов. В целях применения к дискриминантам мы выделим новую комбинаторную структуру, порождаемую полиматроидами и называемую БК-множествами.

Исследование финансировалось в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ.

Список литературы

[1] V. Pokidkin. Combinatorics behind discriminants of polynomial systems. *ArXiv:2509.02963v2*.

[2] V. Pokidkin. Components of discriminants for systems of equations and irreducibility of determinants. *ArXiv:2501.15832v2* .

[3] I. M. Gelfand, M. M Kapranov, A. V. Zelevinsky Discriminants, Resultants, and Multidimensional Determinants. *Birkhäuser Boston*, May 1994.

В. П. Покидкин, ВШЭ
e-mail: vppokidkin@hse.ru

Об одном приложении искривленных A_∞-алгебр к некоммутативной теории Ходжа

М. Р. Ретинский [1]

[1] *НИУ ВШЭ, Москва*

Искривлённой A_∞-алгеброй над полем $\Bbbk$ называется $\mathbb{Z}$-градуированное векторное пространство A вместе с набором однородных отображений $\mu_n\colon A^{\otimes n} \to A$ степени $2-n$, удовлетворяющих тождествам Сташеффа для всех $n \geq 0$:

$$\sum_{\substack{r,s,t\geq 0\\ r+s+t=n}} (-1)^{r+st}\mu_{r+1+t}\big(\mathrm{id}^{\otimes r}\otimes\mu_s\otimes\mathrm{id}^{\otimes t}\big) = 0.$$

Отличие от обычной A_∞-алгебры состоит в том, что допускается ненулевой оператор $\mu_0\colon \Bbbk \to A$. Элемент $h := \mu_0(1) \in A^2$ называется кривизной.

Искривленные алгебры возникают естественно во многих контекстах, например, в теории деформаций[1], однако исследовать их не так просто. В частности, затруднительно применять к ним классические методы гомологической алгебры. Действительно, при $n = 2$ тождество Сташеффа имеет вид:

$$\mu_1^2(a) + \mu_2(\mu_0, a) - \mu_2(a, \mu_0) = 0$$

То есть, в отличие от обычной A_∞-алгебры, оператор μ_1 вообще говоря не обязан быть дифференциалом.

Более того, не существует (и вероятно не должно существовать[2]) естественного способа определить A_∞-структуру на тензорном произведении искривленных A_∞-алгебр.

Доклад посвящен тому, чтО всё-таки человечество знает про искривленные A_∞-алгебры, их гомологии и тензорные произведения. Также мы коснемся вопроса о том, какое отношение эти конструкции имеют к построению некоммутативной теории Ходжа.

Список литературы

[1] Jie Zhao. Notes on A-infinity algebra and its endomorphism I. *arXiv:1310.3718, 2013*.

[2] Kenji Lef‘evre-Hasegawa. Sur les A-infini catégories. *arXiv:1310.3718, 2003*.

М. Р. Ретинский, ВШЭ
e-mail: maksim.retinskii@gmail.com

p-адические периоды

М. А. Харитонов [1]

[1] *НИУ ВШЭ, Москва*

Хорошо известно, что когомологии де Рама гладких многообразий изоморфны сингулярным когомологиям (теорема де Рама). Если X — комплексное алгебраическое многообразие, то его алгебраические когомологии де Рама изоморфны когомологим де Рама его аналитификации (теорема Гротендика), а этальные когомологии — сингулярным когомологиям аналитификации (теорема Артина). Поэтому теорема де Рама устанавливает изоморфизм этальных когомологий и алгебраических когомологий де Рама.

Пусть теперь Y — алгебраическое многообразие над полем p-адических чисел (или над его конечным расширением). Оказывается, естественного изоморфизма между этальными когомологиями и когомологиями де Рама, согласованного с действием абсолютной группы Галуа, существовать не может, даже при расширении коэффициентов когомологий до поля $\mathbb{C}_p$. Препятствие состоит в том, что существование изоморфизма влечет существование так называемого "$2\pi i$" — элемента поля $\mathbb{C}_p$, на который абсолютная группа Галуа действует как циклотомический характер. Но, как показал Тейт, таких элементов в поле $\mathbb{C}_p$ не существует. Чтобы бороться с этой проблемой, Фонтейн придумал кольцо p-адичесикх периодов B_{dR}. Как показал Фальтингс, а затем Бейлинсон, для существования изоморфизма между этальными когомологиями и когомологиями де Рама со всеми желаемыми свойствами достаточно расширить их коэффициенты до поля B_{dR}.

В данном докладе я объясню, что же такое "$2\pi i$" и почему его отсутствие является препятствием. Далее я построю кольцо Фонтейна B_{dR} и найду в нем "$2\pi i$". В конце прокомментирую, каким же образом удается построить искомый изоморфизм.

Список литературы

[1] Fontaine, Jean-Marc. Périodes p-adiques. *Astérisque, vol. 223, Paris: Société Mathématique de France (1994)*.

[2] Pierre Colmez. Le programme de Fontaine. *Enseign. Math. 65 (2019), no. 3/4, pp. 487–531*.

М. А. Харитонов, ВШЭ
e-mail: mialkha@yandex.ru

Irreducibility of Markov equation by using Newton Polygon

Sashadhar Dutta

HSE, Moscow

In this presentation I will be discussing about the irreducibility of Markov equation $x^2+y^2+z^2 = 3xyz$ by using Newton Polygon. (A Newton polygon provides a powerful geometric test to determine the irreducibility of a polynomial over a valued field (like the p-adic numbers Q_p). Also I will be discussing about some basic definitions of Markov equation and its solutions.

The Markov equation is a specific Diophantine equation of the form:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz.$$

It is used to find integer solutions known as Markov triples (x, y, z), such as $(1, 1, 1)$, $(1, 1, 2)$, $(1, 2, 5)$, $(1, 5, 13)$, etc.

Определение. Let $f(x, y) \in K[x, y]$ be a polynomial over a field K with a discrete valuation v. If the Newton polygon of f with respect to v consists of a single segment with slope $\frac{p}{q}$ in lowest terms and $\gcd(p, q) = 1$, and if the corresponding edge polynomial has no repeated roots and is irreducible over the residue field, then f is irreducible over K. In particular, for $f(x, y)$ homogeneous in x, y after substitution $z = \alpha x + \beta y$, the Newton polygon method gives a sufficient condition for irreducibility.

Теорема. For the cubic curve obtained from $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$ with $z = \alpha x + \beta y$ where $\alpha, \beta \in \mathbb{Q}$ satisfy $1 + \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$ and $-4(1 + \alpha^2 + \beta^2)$ is not a square in $\mathbb{Q}$, the Newton polygon method yields a single segment of slope -1 and the corresponding edge polynomial $(1+\beta^2)t^2+2\alpha\beta t+(1+\alpha^2)$ is irreducible over $\mathbb{Q}$. Hence the polynomial $F(x, y)$ is irreducible over $\mathbb{Q}[x, y]$.

Список литературы

[1] Markov's Theorem and 100 Years of the Uniqueness Conjecture ,Martin Aigner.

[2] Newton polygons Bill Casselman,University of British Columbia ,cass@math.ubc.ca

Radiant toric varieties

Zeyu Li [1]

[1] *НИУ ВШЭ, Москва*

The terminology “radiant toric variety"was named in the article [1], but research on it had already begun in [2]. This is a cool class of toric varieties which has important distinguishing features that make it attractive for study. It has several equivalent definitions (see [1, Theorem A] and the references therein).

In this talk, we will review relevant research [4, 5, 7, 8] and further illustrate them with some concrete examples, especially in the lower dimensional cases, according to the classification and the corresponding program in [6]. Note that “radiant toric variety"and the “additive toric variety"in [6] are synonyms for the complete toric varieties.

Список литературы

[1] I. Arzhantsev, A. Perepechko and K. Shakhmatov. “Radiant toric varieties and unipotent group actions”, Bull. Sci. Math., 192 (2024), 103418

[2] I. Arzhantsev, E. Romaskevich. “Additive actions on toric varieties”, Proc. Amer. Math. Soc., 145:5 (2017), 1865-1879

[3] D. Cox, J. Little, and H. Schenck. Toric Varieties. Grad. Stud. Math. 124, AMS, Providence, RI, 2011

[4] S. Dzhunusov. Additive actions on complete toric surfaces. Internat. J. Algebra Comput. 31 (2021), no. 1, 19-35

[5] S. Dzhunusov. On uniqueness of additive actions on complete toric varieties, J. Algebra, 609, (2022), 642-656

[6] Fabián Levicán-Santibáñez, Pedro Montero. AdditiveToricVarieties: A Macaulay2 package for working with additive complete toric varieties, arXiv2511.03024

[7] A. Shafarevich. Toric varieties admitting an action of a unipotent group with a finite number of orbits. Research in the Mathematical Sciences. 2025. Vol. 12. No. 1. Article 6.

[8] K. Shakhmatov. Smooth non-projective equivariant completions of affine spaces. Math. Notes 109 (2021), no. 6, 884-895

Zeyu Li, НИУ ВШЭ
e-mail: `lizeyu0504007@126.com`

Аннотации постерных докладов

Тернарный аналог согласованности по Фробениусу и решения уравнения пятиугольника

Р.К.Алиев

МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва

В [1] были рассмотрены 3-алгебры, определяющие по триангуляции инвариант ориентированных 3-многообразии с границей. Также была предложена концепция полной 3-алгебры, но ни явного построения, ни явного определения дано не было. Я устранил эти пробелы, получив следующие результаты:

Теорема ([5]). Существует аналог согласованности по Фробениусу для 3-алгебр.

Теорема ([5]). Инвариант, построенный с помощью такой согласованности, нетривиален.

Теорема ([5]). Существует класс решений уравнения пятиугольника, строящийся по матрицам-проекторам и 3-алгебрам.

Премного благодарен своим менторам Дмитрию Валерьвичу Талалаеву за интересные задачи и обсуждения и Петру Георгиевичу Гриневичу за потенциальные приложения

Список литературы

[1] R.J. Lawrence. Algebras and triangle relations *Journal of Pure and Applied Algebra 43-72 (1995)*

[2] J. Koch. Frobenius algebras and 2D topological quantum field theories *London Mathematical Society Student Texts, 59. Cambridge University Press, Cambridge (2004)*

[3] U. Pachner. PL Homeomorphic manifolds are equivalent by elementary shellings *Europ. J. Combin. 12, 129-145 (1991)*

[4] Kashaev, R., Sergeev, S. On Pentagon, Ten-Term, and Tetrahedron Relations . *Communications in Mathematical Physics 195, 309–319 (1998)*

[5] Aliev R. On an analogue of Frobenius formalism for 3-algebras and pentagon equations solutions arising from projectors *https://arxiv.org/abs/2508.19690(2025)*

Р. К. Алиев, МГУ
e-mail: ramil.aliev@math.msu.ru

Пересечения адельных групп

Д. А. Бадулин [1]

[1] *МГУ, Москва*

Понятие кольца аделей числового поля было введено К. Шевалле и получило широкое применение в вопросах алгебраической теории чисел. Похожим образом можно ввести понятие кольца аделей для алгебраических кривых. С его помощью можно установить двойственность Серра на гладкой проективной кривой и теорему Римана-Роха.

Обобщение кольца аделей на случай гладкой алгебраической поверхности было дано А.Н. Паршиным. А.А. Бейлинсон обобщил понятие двумерных аделей на случай нётеровых схем и квазикогерентных пучков на них. Более точно, для нётеровой схемы X и квазикогерентного пучка $\mathcal{F}$ на X строится комплекс

$$0 \to \mathbb{A}^0(X, \mathcal{F}) \xrightarrow{d^0} \mathbb{A}^1(X, \mathcal{F}) \xrightarrow{d^1} \mathbb{A}^2(X, \mathcal{F}) \xrightarrow{d^2} \cdots ,$$

связанный с симплициальным множеством флагов целых замкнутых подсхем в X. Каждая группа в этом комплексе есть “ограниченное произведение” итерированных локализаций и пополнений ростков пучка вдоль флагов целых подсхем. Этот комплекс вычисляет группы когомологий пучка $\mathcal{F}$.

На конечномерной нётеровой схеме X имеется разложение для каждого $n \geq 0$:

$$\mathbb{A}^n_{\mathrm{red}}(X, \mathcal{F}) = \bigoplus_{\substack{I \subset \{0,1,\ldots,\dim X\} \\ |I| = n+1}} \mathbb{A}_I(X, \mathcal{F}),$$

где $\mathbb{A}_I(X, \mathcal{F})$ есть “ограниченное произведение” итерированных локализаций и пополнений ростков пучка вдоль флагов коразмерности I.

Одним из вопросов теории многомерных аделей является вопрос о пересечениях вышеупомянутых групп аделей на регулярном многообразии X и локально свободном пучке $\mathcal{F}$ на нём, а именно выполнено ли равенство

$$\mathbb{A}_I(X, \mathcal{F}) \cap \mathbb{A}_J(X, \mathcal{F}) = \mathbb{A}_{I \cap J}(X, \mathcal{F}).$$

В докладе планируется обсудить известные результаты в размерности 2, связанные вопросы, а также недавно полученные результаты в больших размерностях.

Список литературы

[1] D. Badulin. *Embeddings and intersections of adelic groups*. arXiv:2510.22408, 2025.

Д. А. Бадулин, МГУ

Аффинные перестановки и касательные конусы

С. М. Бондарь [1]

[1] *НИУ ВШЭ, Москва*

Пусть G — аффинная группа Каца–Муди типа $\widetilde{A}_{n-1}$, B — борелевская подгруппа в G, $\mathcal{F}\ell = G/B$ — многообразие флагов, а W — группа Вейля группы G. Для различных инволюций $w_1,\ w_2 \in W$ мы доказываем, что касательные конусы C_{w_1} и C_{w_2} к соответствующим подмногообразиям Шуберта X_{w_1} и X_{w_2} многообразия $\mathcal{F}\ell$ в точке $p = e \mod B$ не совпадают как подмногообразия касательного пространства к $\mathcal{F}\ell$ в точке p. Это обобщает аналогичные результаты в конечномерном случае. Основным техническим инструментом являются комбинаторика вложений групп Вейля различных рангов и каприсоединённые орбиты унипотентного радикала группы B.

Список литературы

[1] M.A. Bochkarev, M.V. Ignatyev, A.A. Shevchenko. Tangent cones to Schubert varieties in types A_n, B_n and C_n. J. Algebra **465** (2016), 259–286.

[2] D. Eliseev, A. Panov. Tangent cones to Schubert varieties for A_n of lower rank. J. Math. Sci. **188** (2013), no. 5, 596–600.

[3] D. Eliseev, M. Ignatyev. Kostant–Kumar polynomials and tangent cones to Schubert varieties for involutions in A_n, F_4 and G_2. J. Math. Sci. **199** (2014), no. 3, 289–301.

[4] M. Ignatyev, A. Shevchenko. On tangent cones to Schubert varieties in type D_n. St. Petersburg Math. J. **27** (2016), no. 4, 609–623.

[5] M. Ignatyev, A. Shevchenko. On tangent cones to Schubert varieties in type E. Comm. in Math. **28** (2020), no. 2, 179–197.

[6] S. Kumar. The nil-Hecke ring and singularities of Schubert varieties. Invent. Math. **123** (1996), 471–506.

С. М. Бондарь, ВШЭ
e-mail: mstbondar@gmail.com

О делимости дискриминанта в конструктивных исключительных наборах на $\mathbb{P}^n$

Р. В. Елисеев[1]

[1] *НИУ ВШЭ, Москва*

Пусть $X = \mathbb{P}^n$ над $\mathbb{C}$. *Дискриминантом* объекта $E \in D^b(X)$ ранга r назовём

$$\Delta(E) := 2rc_2(E) - (r-1)c_1(E)^2 = c_1(E)^2 - 2r\,\mathrm{ch}_2(E).$$

Полный исключительный набор $\langle E_0, \dots, E_n\rangle$ в $D^b(\mathbb{P}^n)$ назовём *конструктивным*, если он получен из стандартного набора $\langle \mathcal{O}, \dots, \mathcal{O}(n)\rangle$ конечной последовательностью перестроек.

Теорема. Пусть $n+1$ – простое. Тогда для любого конструктивного объекта E на $\mathbb{P}^n$:

(i) $\Delta(E) \equiv 0 \pmod{n+1}$;

(ii) $r(E)^2 \equiv 1 \pmod{n+1}$;

(iii) $\chi(E_i, E_j) \equiv 0 \pmod{n+1}$ при $i \neq j$.

Набросок. **База.** Для $\mathcal{O}(i)$ свойства (i),(ii) очевидны, а (iii) следует из делимости $\binom{n+d}{n}$ на простое $n+1$ при $1 \le d \le n$.

Шаг. Пусть A, B соседи в наборе и $G := R_B A$ (для левой перестройки $L_A B$ рассуждение симметрично). Из треугольника $G \to \chi(A,B)\cdot B \to A$ имеем в K_0 равенство $[G] = m[B] - [A]$, где $m := \chi(A,B)$, причём $(n+1) \mid m$ по(iii). Тогда $r_G \equiv -r_A \pmod{n+1}$ отсюда (ii). Прямой подстановкой $c_1(G), \mathrm{ch}_2(G)$ в определение получаем $\Delta(G) = \Delta(A) + m^2\Delta(B) + 2m\cdot \mathrm{ch}_2(A^\vee \otimes B)$, где $2\,\mathrm{ch}_2(A^\vee\otimes B) \in \mathbb{Z}$, откуда (i). Наконец, $\chi(B,G) = m$, а $\chi(G,C) = m\chi(B,C) - \chi(A,C)$ для C из набора это(iii). □

Применение. Конструктивные исключительные расслоения устойчивы по наклону, поэтому к ним применимо неравенство Богомолова $\Delta(E) \ge 0$. Случай $\Delta(E) = 0$ для устойчивого расслоения даёт проективно-плоское, а на $\mathbb{P}^n$ при $n \ge 2$ всякое такое расслоение есть твист тривиального. Совмещая это с (i), получаем точное усиление:

Следствие. Пусть $n \ge 2$, $n+1$ – простое и E конструктивное расслоение на $\mathbb{P}^n$, не являющееся линейным. Тогда

$$\Delta(E) \ge n+1,$$

и равенство достигается на касательном расслоении $T\mathbb{P}^n$.

Точность вычисляется напрямую: для $T\mathbb{P}^n$ из последовательности Эйлера $c(T\mathbb{P}^n) = (1+H)^{n+1}$, откуда $r = n$, $c_1 = n+1$, $c_2 = \binom{n+1}{2}$ и $\Delta(T\mathbb{P}^n) = n^2(n+1) - (n-1)(n+1)^2 = n+1$.

При $n = 2$ получаем $\Delta \geq 3$ на $\mathbb{P}^2$ минимум, реализующийся на $T\mathbb{P}^2$, и здесь получаем короткое доказательство; при $n = 4$ оценка даёт $\Delta \geq 5$, и т.д. Дополнительно из(ii) следует, что на $\mathbb{P}^4$ ранг конструктивного исключительные расслоения удовлетворяет $r^2 \equiv 1 \pmod 5$.

Список литературы

[1] А. Н. Рудаков. Числа Маркова и исключительные расслоения на $\mathbb{P}^2$. *Изв. АН СССР. Сер. матем.*, 52(1):100–112, 1988.

Р. В. Елисеев, ВШЭ
e-mail: ervrsu@gmail.com

Спинорная модификация и гиперболическая эквивалентность

И.Д. Журин [1]

[1] *НИУ ВШЭ, Москва*

У производной категории расслоения на коники $X \to S$ есть полуортогональное разложение $\mathcal{D}(X) = \langle \mathcal{D}(\mathrm{Cl}(X)), \mathcal{D}(S)\rangle$, где $\mathrm{Cl}(X)$ – пучок алгебр Клиффорда на S, соответствующий расслоению на коники. Естественно спросить, насколько первая компонента полуортогонального разложения (которую мы будем называть компонентой Клиффорда) определяет геометрию расслоения на коники и, в частности, что можно сказать о паре расслоений на коники, имеющих одну и ту же компоненту Клиффорда.

Я расскажу про два очень разных способа перестраивать расслоение на коники так, чтобы у нового была та же компонента Клиффорда. Первый из них (называемый гиперболической эквивалентностью, [2]) – построить последовательность промежуточных расслоений на квадрики, у каждого из которых одна и та же компонента Клиффорда. Второй (называемый спинорной модификацией, [1]) - найти на X векторное расслоение $\mathcal{F}$ с определёнными инвариантами и построить новое расслоение на коники по коммутатору его алгебры эндоморфизмов. Обе операции дают на выходе новое расслоение на коники над S, имеющее ту же компоненту Клиффорда и бирациональное исходному. Уже для самых простых трёхмерных многообразий Фано со структурой расслоения на коники эти операции связывают их с некоторыми куда более сложными расслоениями на коники, возникающими как малые разрешения некоторых 1-нодальных многообразий Фано (и позволяют описать производные категории последних).

В статье [1] показано, что если у двух расслоений на коники совпадает компонента Клиффорда, то на самом деле одно из них получается из другого спинорной модификацией. Гипотеза из той же статьи предполагает, что то же самое можно сказать и про гиперболическую эквивалентность. Если на полях постера останется место, я упомяну, как можно пытаться это доказать.

Список литературы

[1] A. G. Kuznetsov, "Spinor Modifications of Conic Bundles and Derived Categories of 1-Nodal Fano Threefolds *Proc. Steklov Inst. Math.*, 329 (2025), 88–116

[2] A. G. Kuznetsov, “Quadric bundles and hyperbolic equivalence”, *Geom. Topol.*, 28:3 (2024), 1287–1339

И. Д. Журин, ВШЭ
e-mail: Ivan.Zhurin28@gmail.com

Локализации нильпотентных групп, индуцированные кольцами

А. В. Красильников [1]

[1] *НИУ ВШЭ, Москва*

В докладе обсуждается вопрос, сохраняет ли локализация нильпотентность нильпотентной группы [2, 3]. Рассматриваются локализации, индуцированные каноническим гомоморфизмом колец $\mathbb{Z} \to R$, где R понимается как аддитивная группа. Для них локальные группы допускают явное описание: на такой группе единственным образом задаётся структура R-группы, и группа не имеет нетривиальных гомоморфизмов из $R/\langle 1_R \rangle^+$. Теория степенных R-групп восходит к работам Линдона, Мясникова и Ремесленникова [5, 6].

Основной результат состоит в том, что если R является λ-кольцом, то локализация относительно $\mathbb{Z} \to R$ сохраняет нильпотентность. Один подход к доказательству использует формулы Холла–Мальцева и Холла–Петреско [4], второй — полиномиальные отображения нильпотентных групп в смысле Лейбмана [7]. Для подколец $\mathbb{Q}$ этот результат восстанавливает P-локализацию Баумслага.

Тем самым возникают примеры локализаций, которые сохраняют нильпотентность, но не являются правыми точными [2]; сюда относится, в частности, локализация, индуцированная $\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_p$, тесно связанная с p-адическим пополнением групп. Доклад основан на совместной работе [1].

Исследование выполнено при поддержке Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ

Список литературы

[1] S. O. Ivanov, G. Kadantsev, A. Krasilnikov. Ring-Induced Localizations of Nilpotent Groups, in preparation.

[2] D. Akhtiamov, S. O. Ivanov, F. Pavutnitskiy. Right Exact Localizations of Groups. *Israel J. Math.*, 242(2), 2021.

[3] A. Libman. Cardinality and Nilpotency of Localizations of Groups and G-modules. *Israel J. Math.*, 117(1), 2000.

[4] P. Hall. *Nilpotent Groups*. Univ. of Alberta, 1957.

[5] R. C. Lyndon. Groups with Parametric Exponents. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 96, 1960.

[6] A. G. Myasnikov, V. N. Remeslennikov. Groups with Exponents I. Fundamentals of the Theory and Tensor Completions. *Sib. Math. J.*, 35(5), 1994.

[7] A. Leibman. Polynomial Mappings of Groups. *Israel J. Math.*, 129(1), 2002.

А. В. Красильников, НИУ ВШЭ
e-mail: `kras1lnikoff.av@gmail.com`, `avkrasilnikov@hse.ru`

Fano Threefolds of Type 4-1

А. В. Крюгер [1,2]

[1] *НИУ ВШЭ, Москва*
[2] *МИАН, Москва*

A Fano Threefold of type 4-1 is a smooth divisor in $(\mathbb{P}^1)^4$ of multidegree $(1, 1, 1, 1)$. The Hilbert scheme of twisted quartic curves on such a threefold is an isotrivial fibrations over the intermediate Jacobian with all fibers isomorphic to the original threefold. Using this, it is possible to classify all possible automorphism groups, and show that they are semi-direct products of $\mathbb{Z}_2^4$ by the group of automorphisms of a genus-one curve fixing a degree-3 divisor. The moduli space of Fano threefolds in this family is 3-dimensional and it is possible to describe exactly which threefolds have which automorphism groups. Finally, the semiorthogonal decomposition of the derived category of such a Fano threefold has a component which is equivalent to the derived category of a genus-one curve with 3 stacky $\mathbb{Z}_2$-points. For forms of such threefolds, over non-closed fields with Picard rank 1, this category is still defined, but the stacky curve is not. Instead, this category is a non-commutative (maybe Brauer twisted) form of a stacky curve.

e-mail: alex@geometriamafia.ru

Геометрия алгебраических функций

Д. М. Савкина [1]

[1] *МФТИ, Москва*

Упрощение полиномиальных уравнений является классической математической задачей, которая породила множество различных разделов современной математики. Историческое развитие этой темы связано с попытками понять, насколько просто можно записать формулу для общего полинома, используя вполне ограниченный набор допустимых функций. В частности, люди задавались вопросом: можно ли уменьшить число переменных для алгебраической функции путем присоединения корней полинома меньшей степени? В качестве примера рассмотрим приведение квинтики к форме Бринга-Жерарда. В процессе упрощения можно выделить два основных шага: G-сжатие и добавление "иррациональности". Тогда естественно появляется:

Определение. Для данного точного G-многообразия X и числа $n \geq 1$ определяется величина:

$$ed(X; \leq n) := \min\{\dim(Y) : \exists \tilde{X} \xrightarrow{\leq n} X \text{ и } G\text{-сжатие } \tilde{X} \dashrightarrow Y\}$$

где минимум берется по всем точным G-многообразиям $\tilde{X}$ и Y над k, а $\tilde{X} \to X$ — разветвленное накрытие степени не более n.

Основная теорема, к которой мы придём:

Теорема ([1])**.** Пусть k — совершенное поле, $n \geq 2$. Пусть G — конечная группа, удовлетворяющая условиям:

1. G не имеет собственных подгрупп индекса не более n.
2. G содержит подгруппу M, такую что $|M| > n$, которая действует точно на $\mathbb{P}^1$ над k.
3. G не действует нетривиально на гладкой кривой рода $g \leq (n-1)^2$.

Тогда $ed_k(G; \leq n) > 1$.

Список литературы

[1] Benson Farb and Jesse Wolfson. Essential dimension relative to branched covers of degree at most n. *arXiv preprint arXiv:2510.22786*, 2025.

Д. М. Савкина, МФТИ
e-mail: savkina.dm@phystech.edu

Классификация конечных подгрупп групп автоморфизмов нетривиальных многообразий Севери – Брауэра

А.К. Сонина [1,2]

[1] *МИАН, Москва*
[2] *НИУ ВШЭ, Москва*

Многообразие Севери—Брауэра X над полем K — это алгебраическое многообразие, которое над алгебраическим замыканием поля K становится изоморфным проективному пространству. Многообразия Севери—Брауэра являются хорошими примерами того, насколько богаче и разнообразной является алгебраическая геометрия над алгебраически не замкнутыми полями по сравнению с геометрией над алгебраически замкнутыми полями.

Естественно задать вопрос о том, какие конечные группы могут действовать бирегулярно на многообразии X. Впервые этот вопрос был рассмотрен в работах [1] и [2], где был дан ответ на вопрос в случаях, когда X поверхность Севери–Брауэра на полем характеристики 0. В работе [2] были также классифициораваны конечные подгруппы групп $\mathrm{Bir}(X)$. В дальнейшем результат работы [1] был обобщен в работе [3].

В своем докладе я расскажу как завершать классификацию конечных подгрупп групп автоморфизмов нетривиальных многообразий Севери–Брауэра размерности $p-1$, где $p>2$ — простое число, над произвольным полем. Кроме того, мы построим семейства примеров, то есть для каждого согласованного набора конечных групп мы строим поле и нетривиальное многообразие Севери—Брауэра над этим полем так, что каждая группа из этого набора действует на построенном многообразии. В конце я бы хотела показать как результаты классификации могут быть применены для доказательства не G-бирациональной жесткости многообразий Севери—Брауэра.

Список литературы

[1] C. Shramov. Finite groups acting on Severi–Brauer surfaces. *Eur. J. Math.*. 7, no. 2, 591–612, 2021.

[2] C. Shramov. Birational automorphisms of Severi–Brauer surfaces. *Sb. Math.*, **211** (2020), no. 3, 466–480.

[3] A. Savelyeva. Finite subgroups of automorphism groups of Severi–Brauer varieties. *arxiv:2503.20514*

А. К. Сонина, МИАН, НИУ ВШЭ
e-mail: sasha-sonina@mail.ru

Лагранжевость арифметического и сингулярного носителя голономного $\mathcal{D}$-модуля

Т. Федоров [1]

[1] *НИУ ВШЭ, Москва*

В теории $\mathcal{D}$-модулей над полем $\mathbb{C}$ классическая теорема Габбера утверждает, что для $\mathcal{D}$-модуля M на многообразии X его сингулярный носитель $SS(M)$ является коизотропным подмногообразием в T^*X; в частности, для голономного M его сингулярный носитель лагранжев. Концевич предложил рассматривать p-носители, определяемые через редукцию $\mathcal{D}$-модулей в конечную характеристику; при этом обычный (сингулярный) носитель является вырождением p-носителя. Томас Битун доказал лагранжевость p-носителей голономных $\mathcal{D}$-модулей для всех достаточно больших простых чисел p и вывел из этого лагранжевость сингулярного носителя. В этом постерном докладе будет представлен результат Битуна, а также будет показано, как с его помощью доказывается эквивалентность гипотезы Якобиана и гипотезы Диксмье (Tsuchimoto, Концевич и Канель-Белов).

Список литературы

[1] Bitoun, T. *On the p-supports of a holonomic $\mathcal{D}$-module*. Invent. Math., 2019.

[2] Tsuchimoto, Y. *Endomorphisms of Weyl algebra and p-curvatures*. Osaka J. Math., 2003.

[3] Kontsevich, M., Kanel-Belov A. *The Jacobian Conjecture is stably equivalent to the Dixmier Conjecture*. arXiv, 2005.

[4] Kontsevich, M. *Holonomic $\mathcal{D}$-modules and positive characteristic*. Jpn. J. Math., 2009.

Т. Федоров, ВШЭ
e-mail: tsfedorov@edu.hse.ru

Дифференциальная теория Галуа

И. Д. Яковлев [1]

[1] *МГУ, Москва*

Постерный доклад посвящён дифференциальной теории Галуа – аналогу теории Галуа для дифференциальных уравнений. Будут даны определения расширений Пикара-Вессио и дифференциальной группы Галуа уравнения, и сформулирован аналог соответствия Галуа. Далее будут рассмотрены различные типы Лиувиллевых расширений – расширений при помощи интегралов, экспонент от интегралов, алгебраических функций и их комбинаций. Будут доказаны некоторые соответствия между типами расширений и свойствами дифференциальных групп Галуа этих расширений, в частности:

Теорема ([1])**.** Пусть $K \supset k$ расширение Пикара-Вессио с дифференциальной группой Галуа G. Тогда разрешимость G^o эквивалентна существованию башни $k = K_0 \subset \ldots \subset K_n = K$, где $K_i \subset K_{i+1}$ – расширение при помощи инеграла, или экспоненты от интеграла, или алгебраическое расширение.

Список литературы

[1] E. R. Kolchin. Algebraic matric groups and the Picard-Vessiot theory of homogeneous linear ordinary differential equations. *Annals of Mathematics*, 49(1):1–42, 1948.

[2] Van der Put, Marius, and Michael F. Singer. Galois theory of linear differential equations. *Springer Science & Business Media*, 2012.

И. Д. Яковлев, МГУ

2026
SPRING ALGEULER
11 МАЯ → 15 МАЯ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

МОЛОДЕЖНАЯ ШКОЛА –
КОНФЕРЕНЦИЯ ИНСТИТУТА ЭЙЛЕРА
И ЛАБОРАТОРИИ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ
ГЕОМЕТРИИ И ПРИЛОЖЕНИЙ
НИУ ВШЭ

11 - 15
05. 2026